

## B. Μάεστροι του Φούρνου (ovenmasters)

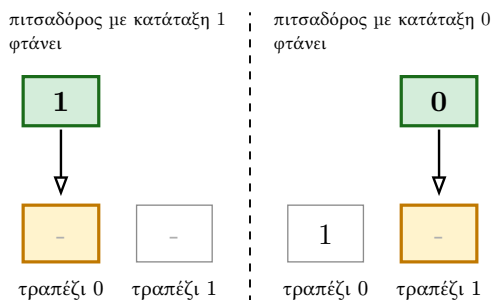
Χρονικό όριο: 2 δευτερόλεπτα

Όριο μνήμης: 1024 MiB

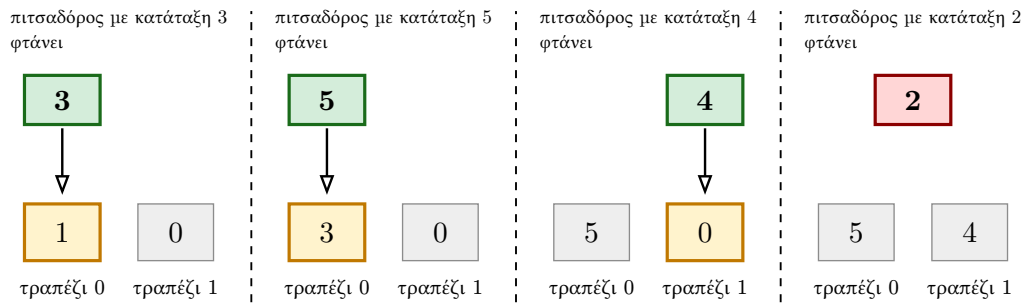
Είστε δημοσιογράφοι στους «Εξαιρετικούς Γλουτινώδεις Μάεστρους του Φούρνου της Ιταλίας», μια εκδήλωση όπου οι  $N$  καλύτεροι πιτσαδόροι της Ιταλίας μόλις διαγωνίστηκαν για να αναδειχθεί ποιος φτιάχνει την καλύτερη πίτσα. Κάθε πιτσαδόρος έψησε μία πίτσα και στη συνέχεια οι πίτσες αξιολογήθηκαν από μια κριτική επιτροπή. Κάθε πίτσα έλαβε μια μοναδική κατάταξη από 0 (καλύτερη) έως  $N - 1$  (χειρότερη). Κάθε πιτσαδόρος έλαβε την ίδια κατάταξη με την πίτσα του.

Μετά τον διαγωνισμό, ήρθε η ώρα για το γκαλά πίτσας. Όλοι οι πιτσαδόροι θα παρευρεθούν στην εκδήλωση και ο καθένας θα φέρει τη δική του πίτσα. Οι πιτσαδόροι φτάνουν ένας-ένας με κάποια σειρά (όχι απαραίτητα με βάση την κατάταξη). Στο γκαλά υπάρχουν  $M \leq N$  τραπέζια, αριθμημένα από 0 έως  $M - 1$ . Οι πρώτοι  $M$  πιτσαδόροι που φτάνουν, τοποθετούν τις πίτσες τους στα τραπέζια από το 0 έως το  $M - 1$  σύμφωνα με τη σειρά άφιξης τους. Κάθε ένας από τους υπόλοιπους  $N - M$  πιτσαδόρους θα ήθελε να φάει μια πίτσα καλύτερη από τη δική του, αλλά όχι υπερβολικά καλή, ώστε να μην νιώθει άσχημα για τον εαυτό του. Κάθε φορά που φτάνει ένας πιτσαδόρος, επιλέγει την διαθέσιμη πίτσα με τη χειρότερη κατάταξη που εξακολουθεί να είναι καλύτερη από τη δική του. Κάθεται στο αντίστοιχο τραπέζι για να φάει ολόκληρη την πίτσα που επέλεξε. Στο τέλος, αφήνει τη δική τους πίτσα πίσω στο ίδιο τραπέζι για να τη φάει ενδεχομένως κάποιος άλλος πιτσαδόρος αργότερα. Αν δεν υπάρχει κατάλληλη πίτσα για έναν πιτσαδόρο που φτάνει (επειδή όλα τα τραπέζια έχουν πίτσες με χειρότερη κατάταξη από τη δική του), ο πιτσαδόρος φεύγει απογοητευμένος και παίρνει την πίτσα του μαζί του.

Το παρακάτω παράδειγμα δείχνει ένα γκαλά με  $M = 2$  τραπέζια και πιτσαδόρους που φτάνουν με την εξής σειρά κατάταξης: 1, 0, 3, 5, 4, 2. Αυτό το γκαλά αντιστοιχεί στο πρώτο παράδειγμα εισόδου και εξόδου.



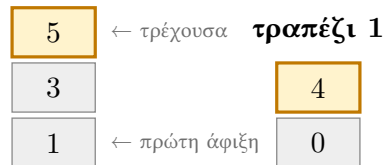
Σχήμα 1: Οι πρώτοι  $M = 2$  πιτσαδόροι τοποθετούν τις πίτσες τους στα άδεια τραπέζια (0, 1) με τη σειρά άφιξης τους.



Σχήμα 2: Μόλις καταληφθούν όλα τα τραπέζια, κάθε πιτσαδόρος που φτάνει πηγαίνει στο τραπέζι με τη χειρότερη πίτσα, που να είναι όμως καλύτερη από τη δική του (φαίνεται με το βέλος), τρώει αυτή την πίτσα και αφήνει τη δική του. Αν δεν υπάρχει καλύτερη πίτσα, ο πιτσαδόρος φεύγει απογοητευμένος (χωρίς βέλος).

Στο άρθρο σας, θέλετε να αναφερθείτε στη σειρά με την οποία έφτασαν οι πιτσαδόροι στο γκαλά. Δυστυχώς, αποσπάρθηκε η προσοχή σας από όλες τις νόστιμες πίτσες και ξεχάσατε να σημειώσετε τη σειρά άφιξης. Ευτυχώς, σε κάθε τραπέζι, μπορείτε να βρείτε τη στοίβα από τους δίσκους των πιτσών που σερβιρίστηκαν σε αυτό το τραπέζι με τη σειρά που σερβιρίστηκαν.

#### τραπέζι 0



Σχήμα 3: Στοίβες δίσκων που αντιστοιχούν στο πρώτο παράδειγμα. Κάθε στοίβα παραθέτει τους πιτσαδόρους που βρέθηκαν σε αυτό το τραπέζι με τη σειρά άφιξης, από κάτω (πρώτος) προς τα πάνω (πιο πρόσφατος). Ο τονισμένος δίσκος έχει την πίτσα που παρέμεινε στο τραπέζι στο τέλος του γκαλά.

Θέλετε να χρησιμοποιήσετε αυτές τις πληροφορίες για να ανακατασκευάσετε τη σειρά με την οποία έφτασαν οι πιτσαδόροι. Γνωρίζετε ότι μπορεί να υπήρχαν πολλές πιθανές σειρές, οπότε, για να πάρετε τη μέγιστη βαθμολογία, θέλετε να αναφέρετε τη λεξικογραφικά μικρότερη έγκυρη σειρά.<sup>1</sup>

## Δεδομένα Εισόδου

Η πρώτη γραμμή περιέχει δύο ακέραιους  $N$  και  $M$ , τον αριθμό των πιτσαδόρων και τον αριθμό των τραπέζιων.

Στη συνέχεια ακολουθούν  $M$  γραμμές, καθεμία από τις οποίες περιγράφει μια στοίβα δίσκων σε ένα τραπέζι. Η γραμμή  $i$  ξεκινά με έναν ακέραιο  $T_i$ , τον αριθμό των δίσκων στο τραπέζι  $i$ , ακολουθούμενο από  $T_i$  ακέραιους  $b_{\{i,j\}}$  που υποδηλώνουν την κατάταξη της  $j$ -οστής πίτσας που σερβιρίστηκε στο τραπέζι  $i$ .

## Δεδομένα Εξόδου

Εκτυπώστε NO αν δεν υπάρχει πιθανή σειρά που να ικανοποιεί τους περιορισμούς. Εκτυπώστε YES αν υπάρχει πιθανή σειρά. Σε αυτή την περίπτωση, εκτυπώστε μια δεύτερη γραμμή που περιέχει  $N$  ακέραιους  $a_0, a_1, \dots, a_{N-1}$ , τις κατατάξεις των πιτσαδόρων με τη σειρά άφιξης. Αν υπάρχουν πολλές τέτοιες μεταθέσεις, πρέπει να εκτυπώσετε τη λεξικογραφικά μικρότερη από αυτές. Σημειώστε ότι εν μέρει σωστές απαντήσεις μπορεί να λάβουν βαθμούς, όπως εξηγείται στην ενότητα Βαθμολογία.

<sup>1</sup>Μια ακολουθία  $a_0, a_1, \dots, a_{n-1}$  είναι λεξικογραφικά μικρότερη από μια ακολουθία  $b_0, b_1, \dots, b_{n-1}$  αν υπάρχει ένας δείκτης  $0 \leq t < n$  τέτοιος ώστε  $a_i = b_i$  για όλα τα  $i < t$  και  $a_t < b_t$ .

## Περιορισμοί

- $1 \leq M \leq N \leq 300\,000$ .
- $0 \leq b_{\{i,j\}} \leq N - 1$ .
- Όλοι οι  $b_{\{i,j\}}$  είναι διακριτοί.
- $1 \leq T_i \leq N$ .

## Βαθμολογία

Το πρόγραμμά σας θα ελεγχθεί με αρκετά αρχεία δοκιμών (test cases) ομαδοποιημένα σε υποπροβλήματα. Για να λάβετε τη βαθμολογία για ένα υποπρόβλημα, πρέπει να λύσετε σωστά όλα τα αρχεία δοκιμών που περιέχει.

Λύσεις με μόνο μια σωστή πρώτη γραμμή (YES ή NO) θα βαθμολογηθούν με 20%. Λύσεις με μια σωστή πρώτη γραμμή (YES ή NO) και **οποιαδήποτε έγκυρη** σειρά, όχι απαραίτητα τη λεξικογραφικά μικρότερη, όταν η απάντηση είναι YES θα βαθμολογηθούν με επιπλέον 20%. Για να κερδίσετε το υπόλοιπο 60% πρέπει να εξάγετε τη λεξικογραφικά μικρότερη έγκυρη σειρά όταν η πρώτη γραμμή είναι YES.

- **Υποπρόβλημα 0** [ 0 πόντοι]: Παραδείγματα.
- **Υποπρόβλημα 1** [20 πόντοι]:  $M = 1$ .
- **Υποπρόβλημα 2** [10 πόντοι]:  $M = 2$ ,  $N \leq 200$ , και το άθροισμα όλων των  $T_i$  είναι  $N$  (με άλλα λόγια, κανένας πιτσαδόρος δεν φεύγει απογοητευμένος).
- **Υποπρόβλημα 3** [20 πόντοι]:  $M \leq N \leq 200$ , και το άθροισμα όλων των  $T_i$  είναι  $N$  (με άλλα λόγια, κανένας πιτσαδόρος δεν φεύγει απογοητευμένος).
- **Υποπρόβλημα 4** [20 πόντοι]:  $M \leq 10$ .
- **Υποπρόβλημα 5** [30 πόντοι]: Χωρίς επιπλέον περιορισμούς.

## Παραδείγματα εισόδου/εξόδου

stdin	stdout
6 2 3 1 3 5 2 0 4	YES 1 0 3 5 4 2
6 2 3 1 3 4 2 0 2	NO
4 2 2 0 3 2 1 2	NO
3 1 2 0 2	YES 0 2 1
8 1 8 7 6 5 4 3 2 1 0	NO
12 4 3 2 3 4 1 5 1 6 5 7 8 9 10 11	YES 2 5 6 7 0 1 3 4 8 9 10 11

## Εξήγηση

Η πρώτη είσοδος και έξοδος του παραδείγματος αντιστοιχεί στα σχήματα που εμφανίζονται στην περιγραφή του προβλήματος. Συγκεκριμένα, η σειρά με την οποία φτάνουν οι πιτσαδόροι στο γκαλά στα Σχήματα 1 και 2 είναι η λεξικογραφικά μικρότερη έγκυρη σειρά άφιξης 1, 0, 3, 5, 4, 2.

Στο δεύτερο παράδειγμα, οι στοίβες των δίσκων είναι ασυνεπείς, αφού δεν υπάρχει σειρά άφιξης στην οποία ο πιτσαδόρος με κατάταξη 5 θα έφυγε απογοητευμένος. Επομένως, η απάντηση είναι ΝΟ.

Στο τρίτο και στο πέμπτο παράδειγμα, οι στοίβες των δίσκων είναι επίσης ασυνεπείς (καμία σειρά άφιξης δεν μπορεί να τις παράγει), οπότε η απάντηση είναι ΝΟ.

Στο τέταρτο παράδειγμα ( $N = 3$ ,  $M = 1$ ) είναι δυνατή μόνο μία σειρά άφιξης, η 0, 2, 1.

Στο έκτο παράδειγμα ( $N = 12$ ,  $M = 4$ ) παρατηρήστε ότι οι αριθμοί 0 και 1 δεν εμφανίζονται μεταξύ των τιμών  $b_{\{i,j\}}$ . Αυτό σημαίνει ότι κάποια στιγμή κατά τη διάρκεια του γκαλά ο καθένας από τους πιτσαδόρους 0 και 1 έφυγε απογοητευμένος. Η έξοδος του παραδείγματος δείχνει τη λεξικογραφικά μικρότερη έγκυρη σειρά άφιξης. Υπάρχουν και άλλες έγκυρες σειρές άφιξης · για παράδειγμα 2, 5, 6, 7, 8, 1, 3, 4, 9, 10, 11, 0. Η εκτύπωση YES ακολουθούμενη από μια εναλλακτική έγκυρη σειρά όπως αυτή (αντί για τη λεξικογραφικά μικρότερη) θα θεωρούνταν εν μέρει σωστή για το 40% της βαθμολογίας.