

## D. Laser Strike

Задача	Стрелба с лазер
Време	3 seconds
Памет	1 gigabyte

Ан и нейната приятелка Катрин наскоро откриха нова настолна игра, която се превърна в любимата им: Стрелба с лазер. В тази игра двете играят заедно, за да премахнат  $N$  фигури от дъската. Играта протича в две фази. Уловката е, че Катрин няма да има пълна информация за играта. За да спечелят играта, Ан и Катрин трябва да играят заедно, като същевременно общуват възможно най-малко.

На дъската има  $N$  различни фигури, номерирани от 0 до  $N - 1$ . И двете могат да видят тези фигури. Съществуват и  $N - 1$  връзки между двойки фигури, така че е възможно да се достигне до всяка фигура от всяка друга фигура, следвайки тези връзки. С други думи, тези връзки образуват дърво. **Само Ан може да види тези връзки; Катрин не ги знае.**

В първата фаза на играта, Ан си избира реда  $\ell_0, \ell_1, \dots, \ell_{N-2}$ , в който фигурите трябва да бъдат премахнати, докато не остане само една. Този ред ще се пази в тайна от Катрин. Ако тя успее да го повтори, те ще спечелят играта. Премахването на фигури трябва да отговаря на следното правило: всеки път, когато една фигура се премахва, тя трябва да бъде свързана с точно една останала фигура. С други думи, отстранената фигура трябва да е листо в дървото, образувано от останалите фигури и самото то. (След като  $N - 1$  фигури бъдат премахнати, последната фигура се премахва автоматично и играчите печелят.) Ан трябва да избере ред, който съответства на горното правило.

Освен това, Ан ще напише и съобщение до Катрин, под формата на двоичен низ. Ан може да избере колко дълго да бъде това съобщение – но колкото по-кратко е то, толкова повече точки ще получат.

След това започва втората фаза на играта. Целта на играта е Катрин да премахне  $N - 1$  фигури от дъската в реда  $\ell_0, \ell_1, \dots, \ell_{N-2}$ . Тя ще направи  $N - 1$  хода. Преди ход  $i$ , Ан казва на Катрин двойка цели числа  $a, b$  със следните свойства:

- $a < b$ ;
- фигурите с номера  $a$  и  $b$  все още са свързани директно; и

- или  $a$ , или  $b$  е правилната фигура  $\ell_i$ , която трябва да бъде премахната в този ход.

Обърнете внимание, че за Ан връзката  $(a, b)$  е еднозначно определена от листото  $\ell_i$  в текущото дърво.

След това Катрин премахва или  $a$ , или  $b$  от дъската. Ако това е била правилната фигура – тоест  $\ell_i$  – те продължават да играят. В противен случай губят играта.

Вашата задача е да измислите стратегиите както на Ан, така и на Катрин, така че те да спечелят играта.

Вашата програма ще бъде оценена в зависимост от дължината на съобщението, което Ан пише в първата фаза на играта.

## Детайли по имплементацията

Това е задача за многократно изпълнение, което означава, че програмата ви ще бъде изпълнена два пъти. При първото изпълнение, тя трябва да реализира стратегията на Ан за първата фаза на играта. След това, тя трябва да реализира стратегията на Катрин за втората фаза на играта.

Първият ред на входа съдържа две цели числа,  $P$  и  $N$ , където  $P$  е или 1, или 2 (първа или втора фаза), а  $N$  е броят на фигурите.

Следващите редове от входа зависят от фазата:

### Фаза 1: Ан

След първия ред (описан по-горе) следват  $N - 1$  реда от входа, описващи дървото. Всеки ред съдържа по две числа,  $a$  и  $b$  ( $0 \leq a < b \leq N - 1$ ), указващи връзка между фигурите  $a$  и  $b$ .

Вашата програма трябва да започне с извеждане на двоичен низ с най-много 1 000 символа, всеки 0 или 1, съобщението, написано от Ан. Да отбележим, че за да генерирате низ с дължина 0, изведете празен ред.

След това, трябва да изведе  $N - 1$  цели числа  $\ell_0, \ell_1, \dots, \ell_{N-2}$  на отделни редове, указващи реда, в който Ан иска да премахне листата на дървото. Редът трябва да бъде такъв, че ако фигурите се премахват една по една от дървото в този ред, премахнатата фигура винаги трябва да е листо, т.е. дървото винаги трябва да остане свързано.

### Фаза 2: Катрин

След първия ред (описан по-горе), следващият ред от входа съдържа двоичния низ (съобщението на Ан) от Фаза 1.

След това следват  $N - 1$  рунда на взаимодействие, по един за всеки ход на Катрин.

По време на  $i$ -ия ход, Вашата програма първо трябва да прочете две числа,  $a$  и  $b$  ( $0 \leq a < b \leq N - 1$ ). Една от тези фигури е листото  $\ell_i$  в реда на Ан, а другата фигура е единствената останала, свързана с  $\ell_i$ . След това вашата програма трябва да изведе  $\ell_i$ , което показва, че Катрин премахва това листо. Ако вашата програма не изведе правилното листо  $\ell_i$ , момичетата губят играта и вашият отговор ще бъде оценен като Грешен отговор за този тест.

## Детайли

Ако *сумата* от времената за изпълнение на двете отделни изпълнения на вашата програма надвиши времевия лимит, вашето решение ще бъде оценено като Превिशено време.

Уверете се, че flush-вете стандартния изход след отпечатване на всеки ред, в противен случай програмата ви може да бъде оценена като Превिशено време. В Python това се случва автоматично, стига да използвате `input()` за четене на редове. В C++, `cout << endl;` освен че отпечатва нов ред, флъшва данните; ако използвате `printf`, използвайте `fflush(stdout);`.

Забележете, че четенето на празен низ може да бъде особено. В предоставените Ви шаблони (темплейти) е имплементирано.

## Ограничения и оценяване

- $N = 1\,000$ .
- $0 \leq a < b \leq N - 1$  за всички връзки.

Вашето решение ще бъде тествано върху набор от тестови групи, всяка от които носи определен брой точки. Всяка тестова група съдържа набор от тестове. За да получите точки за тестова група, трябва решите всички тестове в тестовата група.

Група	Максимум точки	Допълнителни ограничения
1	8	Дървото е звезда, т.е. всички върхове, с изключение на един, са листа.
2	9	Дървото е пръчка, т.е. всички върхове, с изключение на два, имат точно по два съседа.
3	21	Дървото е звезда с пръчки, излизащи от него, т.е. всички върхове имат един или два съседа, с изключение на един, който има повече от два съседа.
4	36	Разстоянието между кои да е два върха е най-много 10.
5	26	Без допълнителни ограничения.

За всяка тестова група, която вашата програма реши правилно, ще получите резултат въз основа на следната формула:

$$\text{score} = S_g \cdot (1 - 0.3 \cdot \log_{10} \max(K, 1)),$$

където  $S_g$  е максималният брой точки за съответната група.  $K$  е максималната дължина на съобщение от Ан, което е изпратила в някой от тестовите в съответната група. **Вашият резултат за всяка тестова група ще бъде закръглен до най-близкото цяло число.**

Таблицата по-долу показва броя точки, за няколко стойности на  $K$ , които вашата програма ще получи, ако реши всички тестови групи с това  $K$ . В частност, за да постигнете резултат от 100 точки, вашето решение трябва да реши всеки тестов случай с  $K \leq 1$ .

K	1	5	10	50	100	500	1000
Score	100	79	70	49	39	20	11

## Инструмент за тестване

За да улесним тестването на вашето решение, сме предоставили прост инструмент, който можете да изтеглите. Вижте „прикачени файлове“ в долната част на страницата на задачата в Kattis. Инструментът не е задължителен. Обърнете внимание, че официалната програма за оценяване в Kattis е различна от инструмента за тестване.

За да използвате инструмента, създайте входен файл, например „sample1.in“, който трябва да започва с число  $N$ , последвано от  $N - 1$  реда, описващи дървото, в същия формат, както във Фаза 1. Например, за примера по-долу:

```
7
0 1
1 2
2 3
0 4
0 6
1 5
```

За Python програми, да кажем `solution.py` (обикновено се изпълнява като `py3 solution.py`), изпълнете:

```
python3 testing_tool.py py3 solution.py < sample1.in
```

За C++ програми, първо ги компилирайте (напр. с `g++ -g -O2 -std=gnu++23 -static solution.cpp -o solution.out`) и след това изпълнете:

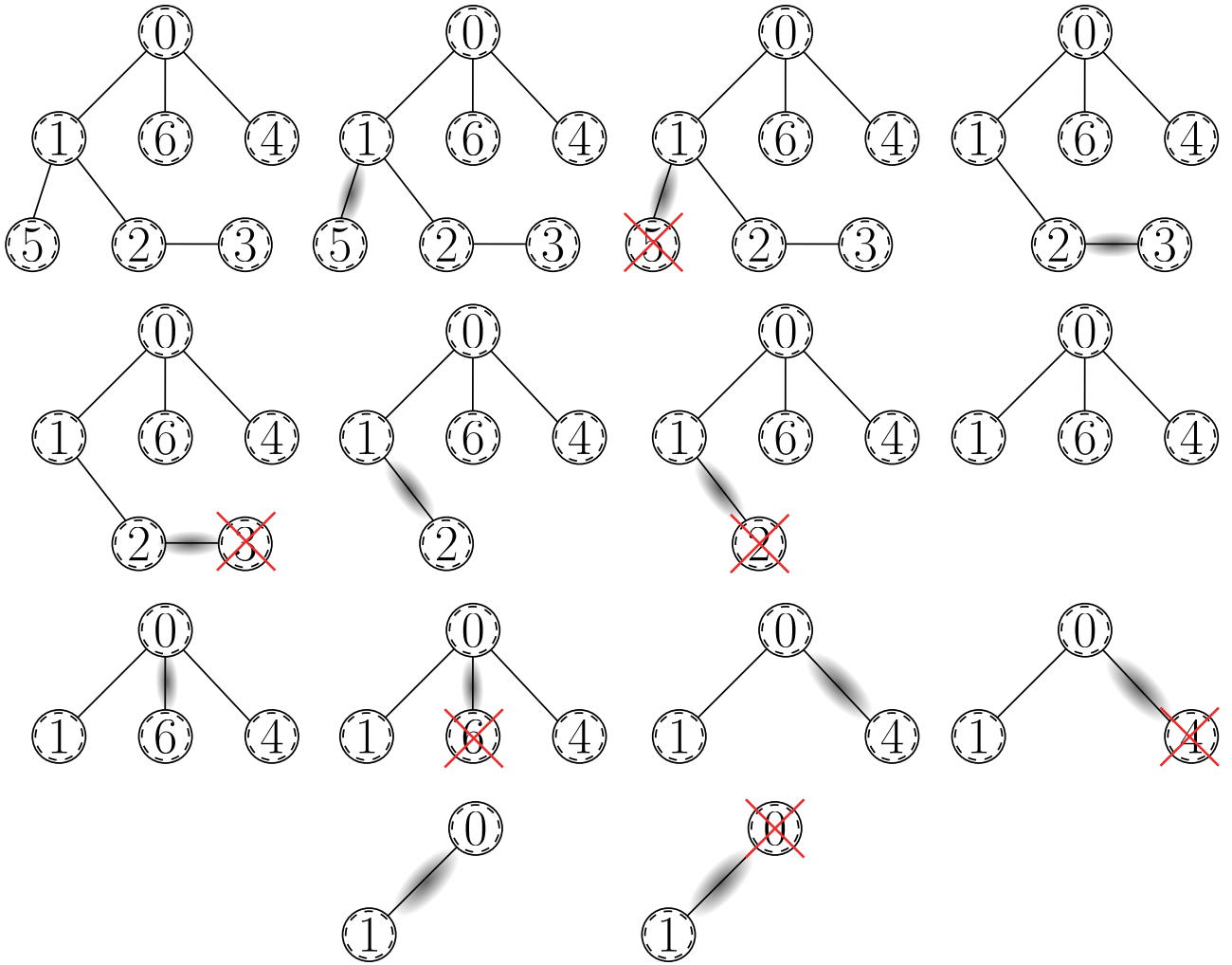
```
python3 testing_tool.py ./solution.out < sample1.in
```

## Пример

Обърнете внимание, че примерът в този раздел има  $N = 7$  за простота и следователно не е валиден тестов случай. Не се очаква вашата програма да може да реши този случай. Всички тестове ще имат  $N = 1000$ .

В примера, на Ан е дадено следното дърво. В първата фаза Ан чете дървото, избира двоичен низ "0110", който да изпрати на Катрин, и също така избира ред  $[\ell_0, \ell_1, \dots, \ell_{N-2}] = [5, 3, 2, 6, 4, 0]$  в който фигурите трябва да бъдат премахнати от дървото. Във втората фаза Катрин получава низа „0110“, който е бил изпратен в първата фаза. След това тя получава двойката (1, 5) и решава да премахне върха 5, който действително е листо. За следващия ход тя получава двойката (2, 3) и премахва листото 3 и така нататък.

Следните изображения показват взаимодействието:



Изход на журито	Изход на вашата програма
1 7	
0 1	
1 2	
2 3	
0 4	
0 6	
1 5	
	0110
	5
	3
	2
	6
	4
	0

Изход на журито	Изход на вашата програма
2 7	
0110	
1 5	
	5
2 3	
	3
1 2	
	2
0 6	
	6
0 4	
	4
0 1	
	0