C. IMO

Problem Name	IMO
Time Limit	6 seconds
Memory Limit	1 gigabyte

Alþjóðlegu ólympíuleikarnir í stærðfræði (skammstafaðir IMO á ensku) eru keppni í stærðfræði fyrir nemendur í framhaldsskóla sem er haldin hvert ár. Útgáfan á IMO árið 2025 er haldin á sama tíma og EGOI. Þegar þú lest þetta hafa báðir keppnisdagar IMO klárast og líklega yfirferðin kláruð. Frábrugðið forritunarkeppnum eins og EGOI er yfirferðin handvirk og því löng og mikil erfiðisvinna.

Þetta ár voru M verkefni á IMO sem voru númeruð 0 upp í $M-1$ og hvert verkefni var K stig að virði. Það voru N keppendur sem tóku þátt í keppninni. Keppandi i fékk stigin $a_{i,j}$ á verkefni j, þar sem $a_{i,j}$ er heiltala á bilinu 0 upp í K, báðir endapunktar þar með taldir. Sæti keppendanna eru ákvörðuð af samtals stigafjölda hvers keppanda og jafntefli eru leyst með vísum keppendanna. Formlega má segja að keppandi x lenti í betra sæti en y ef:

- annað hvort var samtals stigafjöldi x hærri en samtals stigafjöldi y
- eða samtals stigafjöldi þeirra er jafn og $x < y$.

Til að gefa út lokasætin þurfa skipuleggjendur keppninnar að gefa út einhver af $a_{i,j}$ gildunum. Ef gildi er ekki gefið út þá er einungis vitað að það sé heiltala á bilinu 0 og K, báðir endapunktir þar með taldir.

Skipuleggjendur keppninnar vilja leiða í ljós eins fá gildi af $a_{i,j}$ og mögulegt er. Á sama tíma verða þeir að tryggja að allir viti loka niðurstöðuna. Í öðrum orðum má segja að þeir þurfi að gefa út mengi gilda þannig að eina sætaröðin sem passar er rétta sætaröðin.

Finndu minnsta S þannig að hægt sé að gefa út S gildi af $a_{i,j}$ á veg sem ákvarðar ótvírætt alla sætaröð keppendanna.

Inntak

Fyrsta línan inniheldur þrjár heiltölur N, M og K, þar sem N táknar fjölda keppenda, M táknar fjölda verkefna og K táknar hámarksstigafjölda sem má fá í hverju verkefni.

Næstu N línur innihalda tölurnar $a_{i,j}$. Fyrsta af þessum línum inniheldur $a_{0,0}, a_{0,1}, \ldots, a_{0,M-1}$, næsta þeirra inniheldur $a_{1,0}, a_{1,1}, \ldots, a_{1,M-1}$, og svo framvegis.

Úttak

Skrifaðu út eina heiltölu, minnsta gildið á S sem táknar fjölda stiga sem þarf að afhjúpa til að lokasætaröðin sé ótvírætt ákvörðuð.

Takmarkanir og stigagjöf

- $2 \leq N \leq 20\,000$.
- $1 \leq M \leq 100$.
- $1 \leq K \leq 100$.
- $0 \leq a_{i,j} \leq K$ fyrir sérhvert par i, j þar sem $0 \leq i \leq N-1$ og $0 \leq j \leq M-1$.

Lausn þín verður prófuð á safni af prufuhópum og er hver hópur virði einhvers fjölda stiga. Hver prufuhópur inniheldur safn af prufutilvikum. Til að fá stigin fyrir prufuhóp þarftu að leysa sérhvert prufutilvik í prufuhópnum.

Hópur	Stig	Stigagjöf
1	10	$N = M = 2$ and $K = 1$
2	13	$N = 2$
3	10	$N \cdot M \leq 16$
4	18	$K = 1$
5	21	$N \leq 10\,000$ og $M, K \leq 10$
6	28	Engar frekari takmarkanir

Sýnidæmi

Í fyrsta sýnidæminu má afhjúpa 20 gildi á eftirfarandi máta:

|||||||| --- | --- | --- | --- | --- | --- | | | 7 | 7 | 0 | $\bullet$ | 7 | $\bullet$ | | | 7 | 3 | 0 | 7 | 2 | 1 | | | $\bullet$ | 0 | 0 | $\bullet$ | 0 | 0 | | | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 1 |

Hér er vitað að þriðji keppandinn er með samtals stig á milli 0 og 14 sem er öruggt að sé lægra en öll önnur samtals stig. Hægt er að sýna fram á að ómögulegt sé að afhjúpa færri en 20 gildi. Til dæmis, ef við felum eitt af núllum þriðja keppandans, þá gæti þessi keppandi verið með allt að 21 stig samtals. Þetta er vandamál því annar keppandinn er með 20 stig samtals en ætti að vera tryggður í hærra sæti en þriðji keppandinn.

Fyrsta sýnidæmið uppfyllir takmarkanirnar í prufuhópum 5 og 6.

Í öðru sýnidæminu getum við annað hvort afhjúpað einu stig fyrri keppandans eða einu stig seinni keppandans, en ekki bæði. Ef við afhjúpum einungis stig fyrri keppandans þá vitum við að hann sé með 1 stig samtals. Það þýðir að þó keppandi 2 sé með 1 stig verður fyrri keppandinn samt í betra sæti vegna lægri vísis. Á sama máta ef við afhjúpum einungis stig seinni keppandans þá vitum við að hann hefur 0 stig, sem þýðir að fyrri keppandinn verður samt í betra sæti, sama hvaða samtalsfjölda stiga hann endar með.

Annað sýnidæmið uppfyllir takmarkanirnar í prufuhópum 2, 3, 4, 5 og 6.

Þriðja sýnidæmið uppfyllir takmarkanirnar í prufuhópum 2, 3, 5 og 6.

Fjórða sýnidæmið uppfyllir takmarkanirnar í öllum prufuhópum.

Inntak	Úttak
4 6 7 7 7 0 2 7 0 7 3 0 7 2 1 7 0 0 7 0 0 7 7 7 7 7 1	20
2 1 1 1 0	1
2 2 7 7 4 7 0	2
2 2 1 0 1 1 0	2