C. IMO

Τίτλος Προβλήματος	IMO
Χρονικό Όριο	6 δευτερόλεπτα
Όριο Μνήμης	1 gigabyte

Η Διεθνής Ολυμπιάδα Μαθηματικών (IMO) είναι ένας διαγωνισμός μαθηματικών για μαθητές λυκείου που διοργανώνεται κάθε χρόνο. Η φετινή IMO λαμβάνει χώρα ταυτόχρονα με την EGOI. Καθώς το διαβάζετε αυτό, και οι δύο ημέρες του διαγωνισμού IMO έχουν τελειώσει και η βαθμολόγηση πιθανότατα έχει σχεδόν ολοκληρωθεί. Σε αντίθεση με διαγωνισμούς προγραμματισμού όπως το EGOI, η βαθμολόγηση γίνεται χειροκίνητα και είναι μια μακρά και επίπονη διαδικασία.

Αυτή τη χρονιά η IMO έχει M προβλήματα (αριθμημένα από 0 έως $M-1$), και κάθε πρόβλημα λαμβάνει το πολύ K πόντους. N διαγωνιζόμενοι έλαβαν μέρος στο διαγωνισμό. Ο i-οστός διαγωνιζόμενος έλαβε $a_{i,j}$ πόντους στο πρόβλημα j, με το $a_{i,j}$ να είναι ένας ακέραιος μεταξύ 0 και K, περιλαμβανομένων. Η κατάταξη των διαγωνιζόμενων προσδιορίζεται από τη συνολική βαθμολογία στον κάθε διαγωνισμό, με τις ισοβαθμίες να λύνονται με τους αριθμούς των διαγωνιζόμενων. Πιο συγκεκριμένα, ο διαγωνιζόμενος x κατατάσεται ψηλότερα από τον y αν:

- η συνολική βαθμολογία του x είναι μεγαλύτερη από τη συνολική βαθμολογία του y,
- ή έχουν ίδια συνολική βαθμολογία, αλλά $x < y$.

Για να δημοσιευτεί η τελική κατάταξη, οι διοργανωτές πρέπει να δημοσιεύσουν ορισμένες από τις βαθμολογίες $a_{i,j}$. Αν μια βαθμολογία δεν έχει δημοσιευτεί, γνωρίζουμε μόνο ότι πρόκειται για ακέραια τιμή μεταξύ 0 και K, συμπεριλαμβανομένων.

Οι διοργανωτές θέλουν να αποκαλύψουν όσο λιγότερες βαθμολογίες $a_{i,j}$ γίνεται. Ταυτόχρονα, θέλουν να είναι βέβαιοι ότι γίνεται γνωστή η σωστή τελική κατάταξη. Με άλλα λόγια, πρέπει να δημοσιεύσουν ένα σύνολο βαθμολογιών, έτσι ώστε η μόνη συμβατή κατάταξη με το σύνολο αυτό, να είναι μόνο η σωστή κατάταξη.

Βρείτε το μικρότερο S ώστε να είναι δυνατό να δημοσιοποιήσετε S βαθμολογίες $a_{i,j}$ με κάποιον τρόπο που να προσδιορίζουν μοναδικά την σωστή κατάταξη των συμμετεχόντων.

Είσοδος

Η πρώτη γραμμή περιέχει τρεις ακέραιους αριθμούς, τους N, M και K που αντιπροσωπεύουν τον αριθμό των διαγωνιζόμενων, τον αριθμό των προβλημάτων και τη μέγιστη βαθμολογία κάθε προβλήματος αντίστοιχα.

Στη συνέχεια ακολουθούν N γραμμές, όπου η i-στή γραμμή περιέχει τα $a_{i,j}$. Δηλαδή, η πρώτη από αυτές περιέχει τα $a_{0,0}, a_{0,1}, \ldots, a_{0,M-1}$, η δεύτερη περιέχει τα $a_{1,0}, a_{1,1}, \ldots, a_{1,M-1}$, και ούτω καθεξής.

Έξοδος

Εκτυπώστε έναν ακέραιο αριθμό, S, τον ελάχιστο αριθμό βαθμολογιών που μπορούν να αποκαλυφθούν, έτσι ώστε η σωστή κατάταξη να προσδιορίζεται μοναδικά.

Περιορισμοί και βαθμολόγηση

- $2 \leq N \leq 20\,000$.
- $1 \leq M \leq 100$.
- $1 \leq K \leq 100$.
- $0 \leq a_{i,j} \leq K$ για κάθε ζεύγος i, j, όπου $0 \leq i \leq N-1$ και $0 \leq j \leq M-1$.

Η λύση σας θα δοκιμαστεί σε ένα σύνολο ομάδων δοκιμών (test groups), καθεμία από τις οποίες έχει έναν αριθμό πόντων. Κάθε ομάδα δοκιμών περιέχει ένα σύνολο περιπτώσεων δοκιμών (test cases). Για να λάβετε τους βαθμούς για μια ομάδα δοκιμών, πρέπει να λύσετε όλες τις περιπτώσεις δοκιμών στην ομάδα δοκιμών.

Ομάδα	Βαθμολογία	Περιορισμοί
1	10	$N = M = 2$ και $K = 1$
2	13	$N = 2$
3	10	$N \cdot M \leq 16$
4	18	$K = 1$
5	21	$N \leq 10\,000$ και $M, K \leq 10$
6	28	Χωρίς πρόσθετους περιορισμούς

Παραδείγματα

Στο πρώτο παράδειγμα, οι 20 βαθμολογίες μπορούν να αποκαλυφθούν με τον ακόλουθο τρόπο:

7	7	0	$\bullet$	7	$\bullet$
7	3	0	7	2	1
$\bullet$	0	0	$\bullet$	0	0
7	7	7	7	7	1

Εδώ, ο τρίτος διαγωνιζόμενος είναι γνωστό ότι έχει συνολική βαθμολογία μεταξύ 0 και 14, η οποία είναι σίγουρα χαμηλότερη από οποιαδήποτε άλλη συνολική βαθμολογία. Μπορεί να αποδειχθεί ότι είναι αδύνατο να αποκαλύψουμε λιγότερες από 20 βαθμολογίες. Για παράδειγμα, αν κρύψουμε ένα από τα μηδενικά του τρίτου διαγωνιζόμενου, τότε αυτός ο διαγωνιζόμενος θα μπορούσε να έχει συνολική βαθμολογία έως και 21 . Αυτό αποτελεί πρόβλημα επειδή ο δεύτερος διαγωνιζόμενος έχει συνολική βαθμολογία 20 , αλλά θα πρέπει να είναι εγγυημένη η υψηλότερη κατάταξη από τον διαγωνιζόμενο 3.

Το πρώτο δείγμα ικανοποιεί τους περιορισμούς των ομάδων δοκιμών 5 και 6.

Στο δεύτερο παράδειγμα, μπορούμε είτε να αποκαλύψουμε μόνο τη μοναδική βαθμολογία του πρώτου διαγωνιζόμενου, είτε μόνο του δεύτερου (αλλά όχι και των δύο). Αν αποκαλύψουμε μόνο τη βαθμολογία του πρώτου, τότε ξέρουμε ότι ο διαγωνιζόμενος 1 έχει βαθμολογία 1 . Αυτό σημαίνει ότι ακόμα κι αν ο διαγωνιζόμενος 2 έχει επίσης βαθμολογία 1, ο διαγωνιζόμενος 1 θα καταταχθεί υψηλότερα επειδή ο δείκτης του είναι μικρότερος. Ομοίως, αν αποκαλύψουμε μόνο τη μοναδική βαθμολογία του διαγωνιζόμενου 2, γνωρίζουμε ότι έχει συνολική βαθμολογία μηδέν, πράγμα που σημαίνει ότι ο διαγωνιζόμενος 1 θα καταταχθεί υψηλότερα ανεξάρτητα από τη βαθμολογία του.

Το δεύτερο δείγμα ικανοποιεί τους περιορισμούς των ομάδων δοκιμών 2, 3, 4, 5 και 6.

Το τρίτο δείγμα ικανοποιεί τους περιορισμούς των ομάδων δοκιμών 2, 3, 5 και 6.

Το τέταρτο δείγμα ικανοποιεί τους περιορισμούς όλων των ομάδων δοκιμών.

Input	Output
4 6 7 7 7 0 2 7 0 7 3 0 7 2 1 7 0 0 7 0 0 7 7 7 7 7 1	20
2 1 1 1 0	1
2 2 7 7 4 7 0	2
2 2 1 0 1 1 0	2