

## C. IMO

| Problemname  | IMO        |
|--------------|------------|
| Time Limit   | 6 Sekunden |
| Memory Limit | 1 Gigabyte |

Die Internationale Mathematik-Olympiade (IMO) ist ein Mathematik-Wettbewerb für Sekundarschülerinnen, der jedes Jahr stattfindet. Die IMO 2025 findet zeitgleich mit der EGOI statt. Während du das hier liest, sind die beiden Wettkampftage der IMO bereits zu Ende und die Bewertung ist vermutlich auch fast abgeschlossen. Im Gegensatz zu Programmierwettbewerben wie der EGOI erfolgt die Bewertung von Hand, was ein langer und mühsamer Prozess ist.

Dieses Jahr gab es bei der IMO  $M$  Aufgaben (nummeriert von 0 bis  $M - 1$ ), und jede Aufgabe ist maximal  $K$  Punkte wert.  $N$  Teilnehmerinnen nahmen am Wettbewerb teil. Die  $i$ -te Teilnehmerin erhielt für die Aufgabe  $j$  die Punktzahl  $a_{i,j}$ , wobei  $a_{i,j}$  eine ganze Zahl zwischen 0 und  $K$  (inklusive) ist. Die Rangliste der Teilnehmerinnen wird durch die Gesamtpunktzahl jeder Teilnehmerin bestimmt. Bei Gleichstand entscheiden die Indizes der Teilnehmerinnen. Formaler ausgedrückt: Teilnehmerin  $x$  ist höher in der Rangliste als Teilnehmerin  $y$ , wenn:

- entweder die Gesamtpunktzahl von Teilnehmerin  $x$  grösser ist als die Gesamtpunktzahl von Teilnehmerin  $y$
- oder ihre Gesamtpunktzahlen gleich sind und  $x < y$ .

Um die endgültige Rangliste bekannt zu geben, müssen die Organisatorinnen einige der Werte  $a_{i,j}$  veröffentlichen. Wenn ein Wert nicht veröffentlicht ist, ist nur bekannt, dass es sich um eine ganze Zahl zwischen 0 und  $K$  (inklusive) handelt.

Die Organisatorinnen möchten so wenige Werte  $a_{i,j}$  wie möglich veröffentlichen. Gleichzeitig müssen sie sicherstellen, dass jede die richtige Rangliste kennt. Mit anderen Worten: Sie müssen eine Menge an Werten offenlegen, sodass die einzige Rangliste, die mit diesen Werten konsistent ist, die tatsächliche Rangliste ist.

Finde das kleinste  $S$ , sodass es möglich ist,  $S$  der Werte  $a_{i,j}$  so zu veröffentlichen, dass die vollständige Rangliste der Teilnehmerinnen eindeutig bestimmt ist.

## Eingabe

Die erste Zeile enthält drei ganze Zahlen  $N$ ,  $M$  und  $K$  : Die Anzahl der Teilnehmerinnen, die Anzahl der Aufgaben und die maximale Punktzahl der Aufgaben.

Dann folgen  $N$  Zeilen, wobei die  $i$ -te Zeile  $a_{i,j}$  enthält. Das heisst, die erste davon enthält  $a_{0,0}, a_{0,1}, \dots, a_{0,M-1}$ , die zweite enthält  $a_{1,0}, a_{1,1}, \dots, a_{1,M-1}$  und so weiter.

## Ausgabe

Gib eine ganze Zahl  $S$  aus, die minimale Anzahl an Werten, die veröffentlicht werden müssen, sodass die Rangliste eindeutig bestimmt wird.

## Einschränkungen und Bewertung

- $2 \leq N \leq 20\,000$ .
- $1 \leq M \leq 100$ .
- $1 \leq K \leq 100$ .
- $0 \leq a_{i,j} \leq K$  für jedes Paar  $i, j$ , wobei  $0 \leq i \leq N - 1$  und  $0 \leq j \leq M - 1$ .

Deine Lösung wird an mehreren Testgruppen getestet, die jeweils eine bestimmte Punktzahl wert sind. Jede Testgruppe enthält eine Reihe von Testfällen. Um die Punkte für eine Testgruppe zu erhalten, musst du alle Testfälle in der Testgruppe lösen.

| Gruppe | Punktzahl | Limits                              |
|--------|-----------|-------------------------------------|
| 1      | 10        | $N = M = 2$ und $K = 1$             |
| 2      | 13        | $N = 2$                             |
| 3      | 10        | $N \cdot M \leq 16$                 |
| 4      | 18        | $K = 1$                             |
| 5      | 21        | $N \leq 10\,000$ und $M, K \leq 10$ |
| 6      | 28        | Keine weiteren Einschränkungen      |

## Beispiel

Im ersten Beispiel können die folgenden 20 Punktzahlen veröffentlicht werden:

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| 7 | 7 | 0 | • | 7 | • |
| 7 | 3 | 0 | 7 | 2 | 1 |
| • | 0 | 0 | • | 0 | 0 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 1 |

Hier ist bekannt, dass die dritte Teilnehmerin eine Gesamtpunktzahl zwischen 0 und 14 hat, was definitiv niedriger als jeder andere Wert ist. Es lässt sich zeigen, dass es unmöglich ist, weniger als 20 Werte zu veröffentlichen. Wenn wir beispielsweise eine der Nullen der dritten Teilnehmerin verbergen, dann könnte diese Teilnehmerin eine Gesamtpunktzahl von bis zu 21 haben. Das ist ein Problem, da die zweite Teilnehmerin eine Gesamtpunktzahl von 20 hat, es aber garantiert sein sollte, dass sie in der Rangliste vor der dritten Teilnehmerin ist.

Das erste Beispiel erfüllt die Einschränkungen der Testgruppen 5 und 6.

Im zweiten Beispiel können wir entweder nur die eine Punktzahl der ersten Teilnehmerin oder nur die eine der zweiten Teilnehmerin veröffentlichen (aber nicht beide). Wenn wir nur die Punktzahl der ersten Teilnehmerin veröffentlichen, wissen wir, dass sie eine Gesamtpunktzahl von 1 hat. Das bedeutet, dass, selbst wenn die zweite Teilnehmerin ebenfalls eine Punktzahl von 1 hat, sie aufgrund ihres tieferen Index höher ist in der Rangliste. Wenn wir nur die Punktzahl der zweiten Teilnehmerin veröffentlichen, wissen wir, dass sie eine Punktzahl von Null hat, was bedeutet, dass die erste Teilnehmerin in der Rangliste höher ist, unabhängig von ihrer Punktzahl.

Das zweite Beispiel erfüllt die Einschränkungen der Testgruppen 2, 3, 4, 5 und 6.

Das dritte Beispiel erfüllt die Einschränkungen der Testgruppen 2, 3, 5 und 6.

Das vierte Beispiel erfüllt die Einschränkungen aller Testgruppen.

| Input  | Output          |
|--|-----------------|
| <pre> 4 6 7 7 7 0 2 7 0 7 3 0 7 2 1 7 0 0 7 0 0 7 7 7 7 7 1 </pre> | <pre> 20 </pre> |
| <pre> 2 1 1 1 0 </pre>   | <pre> 1 </pre>  |
| <pre> 2 2 7 7 4 7 0 </pre>   | <pre> 2 </pre>  |
| <pre> 2 2 1 0 1 1 0 </pre>   | <pre> 2 </pre>  |