Vélos contre Voitures

Nom du problème	Bikes vs Cars
Limite de temps	5 secondes
Limite de mémoire	1 gigaoctet

À Lund, le vélo est un moyen de déplacement très courant. Mais il est parfois difficile pour les vélos et les voitures de se déplacer en même temps sur les routes étroites. Pour améliorer cette situation, la mairie souhaite complètement redessiner le réseau de routes.

Il y a N lieux importants dans Lund (numérotés de 0 à $N-1$) entre lesquels les personnes voyagent fréquemment. Ces personnes voyagent entre deux lieux en suivant un chemin, qui est une suite de routes allant du premier lieu au deuxième. Un véhicule (voiture ou vélo) peut voyager sur un chemin si toutes les voies associées au véhicule des routes de ce chemin sont au moins aussi larges que le véhicule. Chaque nouvelle route contruite connecte deux de ces lieux importants, et a une largeur totale de W. Cette largeur peut être arbitrairement partagée entre la voie vélo et la voie voiture. À Lund, des ingénieurs ont récemment inventé des vélos et des voitures de largeur 0 (qui peuvent voyager sur des voies de largeur 0).

Les ingénieurs ont mesuré les largeurs des voitures et des vélos dans la ville. Pour chaque paire de lieux imporants, ils connaissent la voiture la plus large et le vélo le plus large qui doit être capable de voyager entre ces deux lieux, mais la mairie ne souhaite pas que des voitures ou des vélos plus larges puissent voyager entre ces deux lieux.

Formellement, il vous est donné pour chaque paire i, j ($0 \leq i < j \leq N-1$) deux valeurs entières $C_{i,j}$ et $B_{i,j}$. Votre tâche est de constuire un réseau de routes connectant les N lieux. Les routes ont toutes une largeur de W, mais pour chaque route s vous pouvez choisir la largeur de sa voie vélo b_s et cela détermine la largeur de sa voie voiture $W - b_s$. Le réseau doit satisfaire les conditions suivantes :

- Il doit être possible de voyager entre chaque paire de lieux. Notez que pour cela il peut être nécessaire d'avoir un vélo ou une voiture de largeur 0.
- Pour chaque paire de lieux i, j (où $i < j$), il est possible de voyager entre i et j en n'utilisant que des routes pour lesquelles les voies voiture ont une largeur d'au moins $C_{i,j}$. Également, $C_{i,j}$ est la valeur entière maximale ayant cette propriété. C'est-à-dire, pour tous les chemins entre les lieux i et j il est vérifié qu'au moins une route a une voie voiture de largeur au plus $C_{i,j}$.

- Pour chaque paire de lieux i, j (où $i < j$), il est possible de voyager entre i et j en n'utilisant que des routes pour lesquelles les voies vélo ont une largeur d'au moins $B_{i,j}$. Également, $B_{i,j}$ est la valeur entière maximale ayant cette propriété.

Pouvez-vous aider la mairie de Lund à créer un tel réseau de routes ? Le financement est limité, donc vous ne pouvez construire que 2023 routes au maximum. Vous pouvez construire plusieurs routes entre la même paire de lieux importants, mais vous ne pouvez pas directement connecter un lieu avec lui-même. Toutes les routes peuvent être utilisées dans les deux directions.

Entrée

La première ligne de l'entrée contient deux entiers N et W, le nombre de lieux importants à Lund et la largeur des routes que vous pouvez construire.

Les $N - 1$ lignes suivantes contiennent les valeurs entières $C_{i,j}$. La $j$ème de ces lignes contient chaque $C_{i,j}$ où $i < j$. La première ligne contient donc uniquement $C_{0,1}$, la deuxième contient $C_{0,2}$ et $C_{1,2}$, la troisième $C_{0,3}$, $C_{1,3}$, $C_{2,3}$, et ainsi de suite.

Les $N - 1$ lignes suivantes contiennent les valeurs entières $B_{i,j}$, sous le même format que les $C_{i,j}$.

Sortie

S'il est impossible de construire un tel réseau, affichez une ligne avec la chaîne de caractères “NO”.

Sinon, affichez une ligne avec l'entier M, le nombre de routes de votre réseau.

Pour chacune des M lignes suivantes, affichez trois entiers u, v, b, indiquant qu'une route avec une voie vélo de largeur b (et une voie voiture de largeur $W - b$) existe entre u et v.

Vous pouvez utiliser au plus 2023 routes. Les routes que vous affichez doivent vérifier $0 \leq b \leq W$, $0 \leq u, v \leq N - 1$ et $u \neq v$. Vous pouvez utiliser plusieurs routes (possiblement avec des largeurs de voie vélo différentes) entre la même paire de lieux.

S'il existe plusieurs solutions, vous pouvez afficher n'importe laquelle.

Contraintes et Score

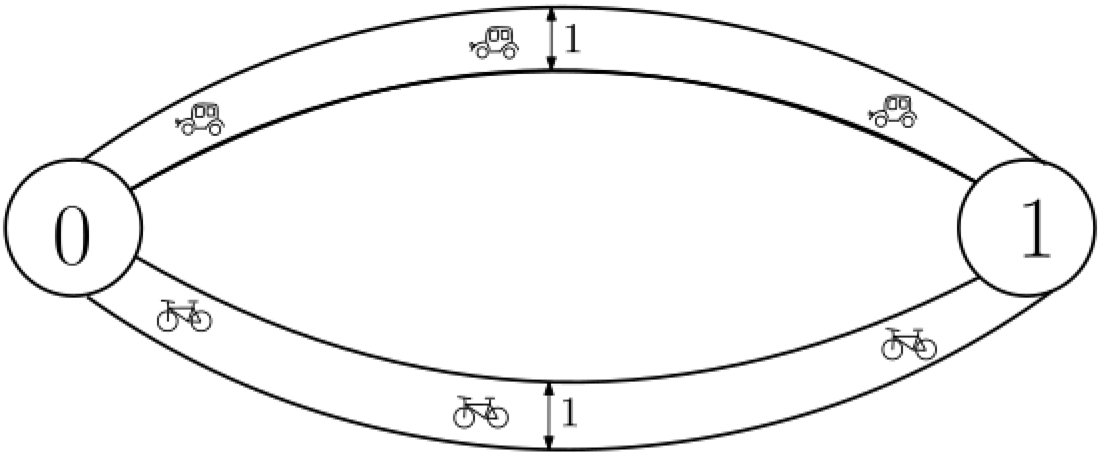
- $2 \leq N \leq 500$.
- $1 \leq W \leq 10^6$.
- $0 \leq C_{i,j}, B_{i,j} \leq W$ pour tous les $0 \leq i < j \leq N - 1$.

Votre solution sera testée sur un ensemble de groupes de tests (sous-tâches), chacun valant un certain nombre de points. Chaque sous-tâche contient un ensemble de test. Afin d'obtenir les points pour une sous-tâche, il est nécessaire de valider tous les tests de cette sous-tâche.

Sous-tâche	Score	Contraintes
1	10	Tous les $C_{i,j}$ sont égaux, et tous les $B_{i,j}$ sont égaux, $N \leq 40$
2	5	Tous les $C_{i,j}$ sont égaux, et tous les $B_{i,j}$ sont égaux
3	17	$N \leq 40$
4	18	$W = 1$
5	19	Tous les $B_{i,j}$ sont égaux
6	31	Pas de contraintes additionnelles

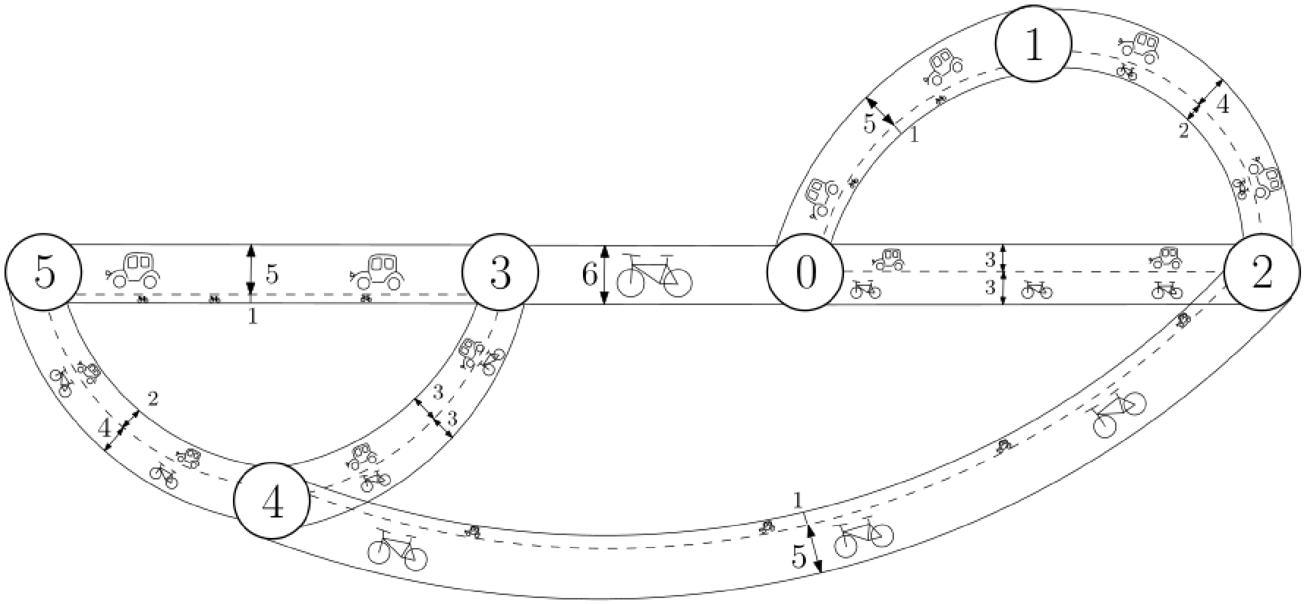
Exemple

Dans le premier exemple, la largeur de la route est 1 et il est nécessaire d'avoir une voie voiture et une voie vélo de largeur au moins 1 entre les lieux 0 et 1. La solution est d'avoir routes séparées connectant les deux lieux, une avec une voie vélo de largeur 1 et l'autre avec une voie voiture de largeur 1.



Dans le deuxième exemple, la largeur d'une route est à nouveau de 1. Il doit y avoir un chemin avec une voie vélo de 1 entre chaque paire de lieux importants et il doit y avoir un chemin entre les lieux 1 et 2, et 2 et 3 où la voie voiture est de 1 pour chaque route. Cela contredit le fait que, comme $C_{1,3} = 0$, il ne doit y avoir aucun chemin avec une voie voiture de largeur 1 entre 1 et 3 car on peut simplement joindre les deux chemins précédemment mentionnés pour en former un nouveau. Ainsi il n'est pas possible de construire un tel réseau.

Dans le troisième exemple, le réseau de routes suivant valide toutes les conditions. Par exemple, il doit y avoir un chemin dont la largeur minimal de la voie voiture est de $1 = C_{0,5}$ entre le lieu 0 et le lieu 5 (par exemple en suivant la route $0 \to 2 \to 4 \to 5$), un chemin où la voie voiture a pour largeur minimale $3 = B_{0,5}$ (par exemple en suivant le chemin $0 \to 3 \to 4 \to 5$). Il peut être vérifié qu'il n'existe aucun chemin avec une largeur minimale plus grande pour chacune des connections. Notez qu'il existe de nombreuses autres solutions pour ce troisième exemple.


1
5
1
4
2
5
5
1
3
6
0
3
3
2
3
4
2
3
4
1
5

Entrée	Sortie
2 1 1 1	2 0 1 0 0 1 1
4 1 0 0 1 0 0 1 1 1 1 1 1 1	NO
6 6 5 4 4 1 1 1 1 1 1 3 1 1 1 5 3 2 3 2 6 2 3 3 2 5 3 3 2 4 3 4	8 0 1 1 0 2 3 1 2 2 0 3 6 2 4 5 3 4 3 3 5 1 4 5 4