

עוגיות תאומות

שם הבעיה	עוגיות תאומות
קובץ קלט	standard input
קובץ קלט	standard output
מגבלת זמן	שניה 1
מגבלת זכרון	256 megabytes

זוהי בעיה אינטרקטיבית. התוכנית שלך תתקשר עם הגריידר שלנו על ידי כתיבת הודעות ל-*standard output* וקריאת הודעות מה-*standard input* לחילופין.

סופי מכינה את יום ההולדת של התאומות שלה. התאומות אוהבות עוגיות. ליום הולדתן, הן רוצות לנסות משהו חדש: עוגיות מהחברה הייחודית לטעימות של עוגיות (חיט"ע).

לכל עוגיה המיוצרת על ידי חיט"ע יש ערך טעימות שלם בין 1 ל- 10^{16} כולל. מכיוון שהתאומות של סופי קנאיות אחת כלפי השניה, על כל אחת מהן לקבל עוגיות עם אותו הסכום של ערכי טעימות.

חיט"ע מקבלת רק הזמנות של **בדיוק** n עוגיות. בכל הזמנה הלקוחות מציינות את ערכי הטעימות של כל אחת מ- n העוגיות שהן רוצות.

כדי להשאר נאמנים לשמם הטוב, החברה הייחודית לטעימות של עוגיות מסרבת לייצר שתי עוגיות בעלות אותו ערך טעימות לאותה הלקוחה. על סופי לוודא שהיא לעולם לא מזמינה את אותו ערך הטעימות פעמיים -- לא באותה ההזמנה, וגם לא בשתי הזמנות שונות. סופי לעולם לא הזמינה מחיט"ע לפני, כך שהיא יכולה להזמין כל ערך טעימות פעם אחת.

ישנו עוד מכשול אחד העומד בדרכה של סופי: זה ידוע ששירות המשלוחים של חיט"ע נוראי. בכל פעם שלקוחה מזמינה n עוגיות, רק אחת מ- n העוגיות הללו מגיעות בפועל ללקוחה. השאר נאכלות לאורך הדרך על ידי עובדי חברת המשלוחים. הלקוחה לא יכולה להשפיע על איזו מבין n העוגיות המוזמנות תגיע אליה בפועל.

מכיוון שיום ההולדת מתקרב במהירות, לסופי יש זמן לבצע לכל היותר 101 הזמנות. המשימה שלך היא לעזור לה.

באופן ספציפי יותר, עלייך לעשות את הפעולות הבאות:

1. תחילה, הזמיני את העוגיות. את יכולה לבצע לכל היותר 101 הזמנות, כשכל אחת מורכבת בדיוק מ- n ערכי הטעימות הרצויים. את מבצעת הזמנה אחת בכל פעם. **מיד לאחר כל הזמנה ניתן לך ערך הטעימות של העוגיה הבודדת שאת קיבלת בפועל.**

זיכרי שאסור לך להשתמש באותו ערך הטעימות מספר פעמים, אפילו בהזמנות שונות. (בפרט, אם את מזמינה עוגיה בעלת ערך טעימות t אך היא אינה מגיעה, את לא יכולה להזמין עוגיה עם אותו ערך הטעימות שוב.)

2. לאחר מכן, חלקי את העוגיות. ברגע שקיבלת מספיק עוגיות, עלייך לפצל חלק מהעוגיות שקיבלת בין התאומות. על שתי התאומות לקבל לפחות עוגיה אחת, ועל כל תאומה לקבל עוגיות עם אותו ערך הטעימות הכולל. את לא חייבת להשתמש בכל העוגיות שקיבלת!

פלט

בכל פעם כשהתוכנית שלך מדפיסה כפלט שורה אחת או יותר ל-`standard output`, עלייך לבצע לאחר פעולה זו `flush` ל-`output stream`. זה הכרחי על מנת להבטיח שהמידע שהדפסת מגיע לגריידר באופן מיידי.

דוגמאות לאיך זה יכול להעשות:

- ב-C++, ישנן מספר אפשרויות.
 - `fflush(stdout);`
 - `std::cout << std::flush;`
 - `std::cout << std::endl;` (שימי לב שזה גם מדפיס שורה נוספת)
 - קריאה מ-`std::cin` גם כן מבצעת `flush` לפלט
- בג'אווה, את יכולה להשתמש ב-`System.out.flush()`
- בפייטון, את יכולה להשתמש ב-`sys.stdout.flush()`

פרוטוקול האינטרקציה

על התוכנית שלך לבצע את רצף הפעולות הבא:

1. לקרוא את הערך n מה-`standard input`.
2. לכל היותר 101 פעמים:
 1. תחילה, לכתוב שורה אחת המתארת הזמנה של n עוגיות ל-`standard output`.
 2. לאחר מכן, לקרוא את ערך הטעימות של העוגיה שקיבלת מה-`standard input`. מובטח שערך זה הוא בין n הערכים שהיו בהזמנה הנוכחית.
 3. לכתוב כפלט שלוש שורות המתארות דרך חוקית אחת לחלק חלק מהעוגיות שקיבלת לתאומות.

הגריידר יכתוב כל מספר שלם לשורה נפרדת.

על מנת להזמין עוגיות, הדפיסי כפלט שורה בודדת עם ? ואחריו n שלמים: ערכי הטעימות של העוגיות שאת רוצה להזמין. הדפיסי רווח בודד לפני כל אחד מ- n המספרים השלמים.

זכרי שאת יכולה לבצע לכל היותר 101 הזמנות ושאסור לך להשתמש באותו ערך הטעימות פעמיים.

ברגע שהזמנת מספיק עוגיות, הדפיסי כפלט את שלוש השורות הסופיות שמתארות איזה עוגיות על סופי לתת לתאומות.

על השורה הראשונה מבין שורות אלו להיות מהצורה " m k !" כש- $m, k > 0$: מספר העוגיות שהתאומה הראשונה והשניה, בהתאמה, צריכות לקבל.

על השורה השניה מבין שורות אליו להכיל m מספרים שלמים המופרדים על ידי רווח בודד: ערכי הטעימות של העוגיות שעל התאומה הראשונה לקבל.

באופן דומה, על השורה השניה להכיל k מספרים שלמים המופרדים על ידי רווח בודד: ערכי הטעימות של העוגיות שעל התאומה השניה לקבל.

על הפלט לקיים את התנאים הבאים:

1. על כל תאומה לקבל לכל הפחות עוגיה אחת.
2. על כל תאומה לקבל עוגיות עם אותו ערך התאימות הכולל.
3. ניתן להשתמש רק בעוגיות שקיבלת בפועל לאחר ההזמנות שלך.
4. כל אחת מהעוגיות הללו ניתן לתת לכל היותר לאחת מהתאומות.

כל פלט שמקיים את התנאים הללו יתקבל. בפרט, את יכולה להדפיס כפלט את העוגיות הנבחרות בכל סדר.

אחרי שאת מדפיסה את שלושת השורות הסופיות, בצעי flush ל-output stream בפעם האחרונה ואז **סיימי את ריצת התוכנית שלך באופן רגיל.**

ניקוד

תת-משימה 1 (8 נקודות): $n = 1$

תת-משימה 2 (9 נקודות): $1 \leq n \leq 2$

תת-משימה 3 (18 נקודות): $1 \leq n \leq 25$

תת-משימה 4 (16 נקודות): $1 \leq n \leq 200$

תת-משימה 5 (13 נקודות): $1 \leq n \leq 1000$

תת-משימה 6 (36 נקודות): $1 \leq n \leq 5000$

דוגמאות

standard input	standard output
1	? 13
13	? 7
7	? 31
31	? 12
12	? 5
5	? 3
3	! 2 3
	7 13
	12 5 3
2	? 3 7
7	? 2 8
2	? 1 5
5	! 2 1
	2 5
	7

הערה

הדוגמאות של הקלט ושל הפלט צריכות להקרא שורה אחרי שורה. על התוכנית שלך לקרוא ערך אחד מה- standard input ולכתוב שורה אחת (או שלוש שורות בסוף) ל- standard output לחילופין.

הגריידר בוחר איזו עוגיה להחזיר באופן שרירותי. זה אומר שהגריידר יכול להיות אדפטיבי לשאלות שלך בחלק מהטסטים, אבל הוא עלול לבחור עוגיות באופן אקראי בטסטים אחרים. בפרט, עבור $n = 2$, אם את מבצעת את אותו רצף ההזמנות כמו בדוגמה השניה, את עלולה לקבל אוסף שונה של עוגיות.