

Dvojna poteza

Ime naloge	Dvojna poteza
Vhod	standardni vhod
Izhod	standardni izhod
Časovna omejitev	5 sekund
Omejitev spomina	256 MB

Alice in Bob igrata igro, Claire pa jima pomaga. Igra se igra z n kamni, oštevilčenimi od 1 do n in ima tri faze.

V prvi fazi, sta Alice in Bob na potezi izmenjujoče. Začne Alice. V vsaki potezi igralec najavi svoj namen, da bo vzel kamen, ampak namesto, da bi natančno povedal katerega, imenuje dve možnosti. Mogoče je, da sta ti dve možnosti enaki. Mogoče je tudi ponovno klicati kamne, ki so bili imenovani v kateri od prejšnjih potez. V prvi potezi igralca kamnov ne pobirata — igralca samo izražata svoj namen za drugo fazo. Prva faza se zaključi, ko je bil namen izražen $n + 1$ -krat.

Tole je primer za $n = 3$:

1. Alice: "Vzela bom ali kamen 1 ali kamen 3"
2. Bob: "Vzel bom ali kamen 2 ali kamen 2"
3. Alice: "Vzela bom ali kamen 3 ali kamen 2"
4. Bob: "Vzel bom ali kamen 1 ali kamen 3"

V drugi fazi, za vsakega od $n + 1$ namenov, ki sta jih Alice in Bob izrazila, Claire izbere eno od dveh opcij, tako da reče "first" (prva) ali "second" (druga). Vsakemu zaporedju $n + 1$ izbir, ki jih naredi Claire, bomo rekli *scenarij*. Opaziš lahko, da je vseh scenarijev natančno $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2 = 2^{n+1}$. (Tudi, če sta v nekaterih namenih prva in druga možnost enaki, obravnavamo izbiro "first" ali "second" rezultat drugačnih scenarijev.)

Tole je eden od 16 scenarijev, ki bi jih Claire lahko izbrala iz primera zgoraj:

1. "First": Alice vzame kamen 1
2. "First": Bob vzame kamen 2
3. "Second": Alice vzame kamen 2
4. "First": Bob vzame kamen 1

V tretji fazi Alice in Bob začneta jemati kamne glede na Clairine izbire. Prvi igralec, ki

ne more več narediti napovedane poteze — ker je bil izbrani kamen že pobran — izgubi igro. Ker je n kamnov in $n + 1$ napovedanih potez, en igralec sčasoma zagotovo izgubi.

V primeru zgoraj Alice začne in vzame kamen 1. Bob nadaljuje in vzame kamen 2. Alice želi nadaljevati in vzeti kamen 2, ampak ta je že bil pobran, zato Alice izgubi igro, Bob pa zmagaja.

Podano ti je število n , in stanje igre na teki točki med fazo 1: zaporedje namenov, ki so že bili izraženi. Ti nameni so popolnoma poljubni.

Od tukaj naprej, Alice in Bob igrata igro optimalno, kot je predstavljeno v naslednjem odstavku.

Ne glede na to, kako igrata Alice in Bob, Claire z enako verjetnostjo izbere vsakega izmed 2^{n+1} možnih scenarijev. Alice in Bob to vesta in ko igrata optimalno, oba poskušata minimizirati število scenarijev, kjer izgubita.

Predpostavi, da Alice in Bob naprej igrata kot opisano zgoraj. Za vsakega od dveh igralcev poišči število scenarijev, po katerih zmagaja v igri.

Vhod

Prva vrstica vsebuje dve s presledkom ločeni celi števili n in k ($1 \leq n \leq 35$, $0 \leq k \leq n + 1$) — število kamnov in število namenov, ki so že bili izraženi.

Vsaka od preostalih k vrstic opisuje en namen v vrstnem redu, v kakršnem so bili izraženi. Vsaka od teh vrstic vsebuje dve s presledkom ločeni celi števili: dve številki kamnov (obe med vključno 1 in n , in ne nujno različni).

Ko je $k < n + 1$, naslednjega igralca, ki je na vrsti, da izrazi namen, določa parnost k .

Izhod

Izpiši dve s presledkom ločeni števili: število scenarijev, po katerih zmagaja Alice, in število scenarijev, po katerih zmagaja Bob, ob predpostavki, da oba odigrata preostanek igre, kot je opisano v navodilih.

Vsota števil, ki jih izpišeš, mora biti enaka 2^{n+1} .

Ocenjevanje

Podnaloga 1 (15 točk): $n \leq 4$.

Podnaloga 2 (34 točk): $n \leq 10$.

Podnaloga 3 (20 točk): $n \leq 25$.

Podnaloga 4 (10 točk): $k = 0$.

Podnaloga 5 (21 točk): brez dodatnih omejitev.

Primeri

vhod	izhod
3 4	4 12
1 3	
2 2	
3 2	
1 3	
2 0	4 4

Opombe

Prvi primer ustreza primeru iz opisa naloge. Vsi nameni so že bili izraženi, zato moramo samo preveriti, koliko od možnih scenarijev, vodi do zmage Alice in koliko Boba. Alice zmaga, če Claire izbere kamen 1 zanjo pri njeni prvi potezi in kamen 3 zanjo na njeni drugi potezi. V vseh ostalih primerih Alice izgubi.

V drugem primeru, če Alice začne z namenom "1 1", Bob nadaljuje z "2 2", Alice izgubi ne glede na to, kaj kliče v tretji potezi, saj bo Claire morala izbrati kamen 1 na prvi potezi in kamen 2 na drugi potezi in bo zmanjkalo kamnov za Alice pri tretji potezi. To pa ni optimalna prva poteza za Alice: namesto tega mora začeti z namenom "1 2". Potem ne glede na to, kaj Bob izbere na drugi potezi in kaj Alice naredi na tretji potezi, vsak od njiju zmaga v 4 primerih od 8.