

## Divkāršais gājiens

Uzdevuma nosaukums	Divkāršais gājiens
Ievaddatu fails	standarta ievade
Izvaddatu fails	standarta izvade
Laika limits	5 sekundes
Atmiņas limits	256 megabaiti

Alise un Bobs spēlē spēli. Klēra viņiem palīdz.  $n$  akmeņi ir numurēti no 1 līdz  $n$ . Šai spēlei ir trīs posmi.

Spēles pirmajā posmā Alise un Bobs pārmaiņus veic gājienus. Alise veic pirmo gājienu. Katrā gājienā spēlētājs paziņo par nodomu paņemt akmeni, bet tā vietā, lai pateiktu, tieši kuru akmeni, spēlētājs nosauc divus variantus. Abi varianti drīkst būt vienādi. Pie tam drīkst nosaukt akmeņus, kas jau ir tikuši nosaukti iepriekšējos gāžienos. Spēles pirmajā posmā netiek paņemts neviens akmens, spēlētāji tikai paziņo savus nodomus attiecībā uz spēles otro posmu. Kad ir veiktas  $n + 1$  paziņošanas, spēles pirmais posms beidzas.

Ja  $n = 3$ , tad šādi var izskatīties spēles pirmais posms:

1. Alise: "Es ņemšu vai nu 1. vai 3. akmeni."
2. Bobs: "Es ņemšu vai nu 2. vai 2. akmeni."
3. Alise: "Es ņemšu vai nu 3. vai 2. akmeni."
4. Bobs: "Es ņemšu vai nu 1. vai 3. akmeni."

Spēles otrajā posmā katram paziņojumam, kas ir ticis veikts, Klēra izvēlas vieno no diviem variantiem, sakot "pirmais" vai "otrais". Katra  $n + 1$  izvēļu virkne, kuras Klēra ir izdarījusi, tiek dēvēta par *scenāriju*. Jāņem vērā, ka eksistē tieši  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2 = 2^{n+1}$  iespējamie scenāriji. (Pat, ja dažos paziņojumos pirmā un otrā izvēle ir bijušas vienādas, tiek uzskatīts, ka pirmā vai otrā varianta izvēlēšanās ir divi dažādi scenāriji.)

Turpinot iepriekš aprakstīto piemēru, šādi varētu izskatīties viens no 16 iespējamajiem scenārijiem, kā Klēra var veikt izvēles:

1. "Pirmais": Alise paņems 1. akmeni.
2. "Pirmais": Bobs paņems 2. akmeni.
3. "Otrais": Alise paņems 2. akmeni.

#### 4. "Pirmais": Bobs paņems 1. akmeni.

Spēles trešajā fāzē Alise un Bobs beidzot sāk ņemt akmeņus, balstoties uz Klēras veiktajām izvēlēm. Pirmais spēlētājs, kurš nespēj veikt nepieciešamo gājienu (jo atbilstošais akmens jau ir ticis paņemts), spēli zaudē. Jāņem vērā, ka, ja spēlē ir  $n$  akmeņi un  $n + 1$  gājieni, tad vienam spēlētājam noteikti nāksies spēli zaudēt.

Iepriekš minētajā piemērā Alise sāk, paņemot 1. akmeni. Bobs turpina, paņemot 2. akmeni. Alise vēlējās turpināt, paņemot 2. akmeni, bet to jau ir paņēmis Bobs. Tādēļ Alise spēli zaudē, un Bobs uzvar.

Ir dots skaitlis  $n$  un spēles stāvoklis kādā brīdī spēles pirmajā posmā. Tā ir jau veiktu  $k$  paziņojumu virkne. Šie paziņojumi var būt pilnīgi patvaļīgi.

No šī brīža Alise un Bobs spēli spēlē optimāli, kā ir aprakstīts nākamajā rindkopā.

Neskatoties uz to, kā Alise un Bobs spēlē, Klēra ar vienlīdz lielu ticamību izvēlas vienu no  $2^{n+1}$  iespējamajiem scenārijiem. Alise un Bobs to zina un tādēļ, spēlējot optimāli, viņi katrs mēģina samazināt scenāriju skaitu, kuros spēle būtu jāzaudē.

Pieņemot, ka Alise un Bobs spēles atlikušo daļu spēlēs tā, kā tika aprakstīts iepriekš, katram spēlētājam atsevišķi ir jānosaka scenāriju skaits, kuros spēle tiktu uzvarēta.

## Ievaddatu raksturojums

Pirmajā rindā ir doti divi ar atstarpi atdalīti veseli skaitļi  $n$  un  $k$  ( $1 \leq n \leq 35$ ,  $0 \leq k \leq n + 1$ ), atbilstoši akmeņu skaits un paziņojumu skaits, kas jau ir veikti.

Nākamajās  $k$  rindiņās katrā ir dots viena paziņojuma apraksts. Apraksti ir tādā secībā, kādā tika veikti paziņojumi. Katrā rindā ir doti divi ar atstarpi atdalīti veseli skaitļi -- divu akmeņu numuri (abi ir robežās no 1 līdz  $n$  ieskaitot un ne obligāti atšķirīgi).

Jāņem vērā, ka tad, ja  $k < n + 1$ , nākamais spēlētājs, kuram ir jāizdara paziņojums, ir atkarīgs no tā, vai  $k$  ir pāra skaitlis vai nepāra skaitlis.

## Izvaddatu raksturojums

Izvadīt divus ar atstarpi atdalītus veselus skaitļus - scenāriju skaitu, kuros Alise uzvar, un scenāriju skaitu, kuros Bobs uzvar, pieņemot, ka abi spēlētāji atlikušo spēles daļu spēlēs tā, kā ir aprakstīts.

Jāņem vērā, ka divu skaitļu, kas tiks izvadīti, summai jābūt vienādei ar  $2^{n+1}$ .

## Vērtēšana

1. apakšuzdevums (15 punkti):  $n \leq 4$ .
2. apakšuzdevums (34 punkti):  $n \leq 10$ .
3. apakšuzdevums (20 punkti):  $n \leq 25$ .
4. apakšuzdevums (10 punkti):  $k = 0$ .
5. apakšuzdevums (21 punkti): bez papildu ierobežojumiem.

## Piemēri

standarta ievade	standarta izvade
3 4 1 3 2 2 3 2 1 3	4 12
2 0	4 4

## Piezīmes

Pirmais piemērs atbilst piemēram uzdevuma aprakstā. Vairāk neviens paziņojums nav jāveic. Ir nepieciešams tikai uzzināt, cik Klēras iespējamās izvēles novedīs pie Alises uzvaras un cik izvēles novedīs pie Boba uzvaras. Alise uzvarēs, ja Klēra 1. gājienā izvēlēsies 1. akmeni un 2. gājienā -- 3. akmeni, bet visos pārējos gadījumos Alise zaudēs.

Otrajā piemērā, ja Alise sāks ar paziņojumu "1 1", Bobs turpinās ar "2 2", un neatkarīgi no tā, ko Alise paziņos trešajā gājienā, viņa zaudēs, jo Klērai būs jāizvēlas 1. akmens pirmajā gājienā un 2. akmens otrajā gājienā un Alises trešajam gājienu vairs nebūs atlicis neviens akmens. Tomēr šis nav optimāls Alises pirmais gājiens. Tā vietā, viņai vajadzēja sākt ar paziņojumu "1 2". Tad neatkarīgi no tā, ko Bobs darītu otrajā gājienā un ko Alise darītu trešajā gājienā, viņi katrs uzvarētu 4 gadījumos no 8.