

## Կրկնակի քայլ

Խնդրի անունը	Կրկնակի քայլ
Սուտքի Ֆայլ	ստանդարտ մուտք
Ելքի Ֆայլ	ստանդարտ ելք
Ժամանակի սահմանափակում	5 վայրկյան
Հիշողության սահմանափակում	256 մեգաբայթ

Այիսն ու Բորը խաղ են խաղում, և Քլերը օգնում է նրանց:  $n$  քարեր կան՝ 1-ից  $n$  համարակալված: Խաղը բաղկացած է երեք փուլերից:

Առաջին փուլում Այիսն ու Բորը փոխեփոխ քայլեր են անում: Այիսն առաջինն է քայլ անում: Ամեն քայլում խաղացողը հայտարարում է քար վերցնելու իր մտադրությունը, բայց ասելու փոխարեն, թե կոնկրետ որ մեկը, նա երկու տարբերակ է նշում: Հնարավոր է, որ երկու տարբերակները նույնը լինեն: Հնարավոր է նաև նշել քարեր, որ արդեն նախորդ քայլերի ժամանակ նշվել են: Առաջին փուլում ոչ մի քար իրականում չի վերցվում. խաղացողները պարզապես հայտարարում են իրենց մտադրությունները երկրորդ փուլի համար: Առաջին փուլն ավարտվում է, երբ  $n + 1$  հայտարարություններ են արվել:

Ահա առաջին փուլի օրինակ, երբ  $n = 3$

1. Այիս՝ «Ես կվերցնեմ 1 քարը կամ 3 քարը»
2. Բոր՝ «Ես կվերցնեմ 2 քարը կամ 2 քարը»
3. Այիս՝ «Ես կվերցնեմ 3 քարը կամ 2 քարը»
4. Բոր՝ «Ես կվերցնեմ 1 քարը կամ 3 քարը»

Արված  $n + 1$  հայտարարություններից յուրաքանչյուրի համար Քլերը երկրորդ փուլում ընտրում է երկու տարբերակներից մեկը՝ «առաջին» կամ «երկրորդ» ասելով: Քլերի կատարած  $n + 1$  ընտրությունների յուրաքանչյուր հաջորդականություն կկոչենք *սցենար*: Սկստեք, որ ուղիղ  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2 = 2^{n+1}$  հնարավոր սցենարներ կան: (Եթե նույնիսկ որոշ հայտարարություններում առաջին ու երկրորդ տարբերակները նույնն են, մենք համարում ենք, որ «առաջին» կամ «երկրորդ» տարբերակը ընտրելը տարբեր սցենարների է հանգեցնում):

Ահա 16 սցենարներից մեկը, որ Քլերը կարող էր ընտրել վերևի օրինակում՝

1. «Առաջին»՝ Այիսը կվերցնի 1 քարը

2. «Առաջին»՝ Բոքը կվերցնի 2 քարը
3. «Երկրորդ»՝ Ալիսը կվերցնի 2 քարը
4. «Առաջին»՝ Բոքը կվերցնի 1 քարը

Վերջապես երրորդ փուլում Ալիսն ու Բոքը սկսում են իսկապես քարեր վերցնել՝ ըստ Քլերի որոշումների: Առաջին խաղացողը, որ չի կարող պահանջված քայլն անել, որովհետև համապատասխան քարն արդեն վերցվել է, պարտվում է խաղը: Նկատեք, որ քանզի  $n$  քարեր կան և  $n + 1$  քայլեր, խաղացողներից մեկը պետք է վերջիվերջո խաղը պարտվի:

Վերևի օրինակում Ալիսը սկսում է իսկապես 1 քարը վերցնելով: Բոքը շարունակում է 2 քարը վերցնելով: Ալիսն ուզում է շարունակել 2 քարը վերցնելով, բայց այն արդեն տարված է, այսպիսով, Ալիսը խաղը պարտվում է, և, հետևաբար, Բոքը հաղթում է:

Ձեզ տրված է  $n$  թիվը և խաղի դրությունը առաջին փուլի ընթացքում ինչ-որ պահի՝ արդեն արված  $k$  հայտարարությունների հաջորդականություն: Այս հայտարարությունները կարող են լիովին կամայական լինել:

Այս պահից սկսած՝ Ալիսն ու Բոքը խաղը կխաղան օպտիմալ ձևով, ինչպես նկարագրված է հաջորդ պարբերությունում:

Ալիսի և Բոքի խաղի ձևից անկախ՝ Քլերը հավասար հավանականությամբ կարող է ընտրել  $2^{n+1}$  հնարավոր սցենարներից յուրաքանչյուրը: Ալիսն ու Բոքը սա գիտեն և, հետևաբար, օպտիմալ ձևով խաղալով, նրանք երկուսն էլ փորձում են փոքրացնել այն սցենարների քանակը, որոնցում իրենք պարտվում են:

Ենթադրեք, որ Ալիսն ու Բոքը խաղի մնացած մասը կխաղան վերևում նկարագրված ձևով: Երկու խաղացողներից յուրաքանչյուրի համար գտեք այն սցենարների քանակը, որոնցում նրանք հաղթում են խաղը:

## Մուտքը

Մուտքի առաջին տողը պարունակում է բացատով անջատված  $n$  և  $k$  թվերը ( $1 \leq n \leq 35$ ,  $0 \leq k \leq n + 1$ )՝ քարերի քանակն ու արդեն արված հայտարարությունների քանակը:

Մուտքի մնացած մասը բաղկացած է  $k$  տողերից, որոնցից յուրաքանչյուրը նկարագրում է մեկ հայտարարություն այն հերթականությամբ, որով դրանք արվել են: Այս տողերից յուրաքանչյուրը երկու քարերի համարներ է պարունակում (երկուսն էլ 1-ի և  $n$ -ի միջև ներառյալ, և ոչ պարտադիր տարբեր):

Նկատեք, որ հաջորդ խաղացողը, որ հայտարարություն կանի, կախված է  $k$ -ի գույգույթունից:

## Ելքը

Արտածեք երկու թիվ՝ սցենարների քանակը, որոնցում Ալիսը հաղթում է, և սցենարների քանակը, որոնցում Բորն է հաղթում՝ ենթադրելով, որ երկու խաղացողներն էլ խաղի մնացած մասը խաղում են այնպես, ինչպես նկարագրված է խնդրի դրվածքում:

Նկատեք, որ ձեր տպած երկու թվերի գումարը պետք է հավասար լինի  $2^{n+1}$ -ի:

## Գնահատումը

Ենթախնդիր 1 (15 միավոր)՝  $n \leq 4$ :

Ենթախնդիր 2 (34 միավոր)՝  $n \leq 10$ :

Ենթախնդիր 3 (20 միավոր)՝  $n \leq 25$ :

Ենթախնդիր 4 (10 միավոր)՝  $k = 0$ :

Ենթախնդիր 5 (21 միավոր)՝ առանց լրացուցիչ սահմանափակումների:

## Օրինակներ

ստանդարտ մուտք	ստանդարտ ելք
3 4	4 12
1 3	
2 2	
3 2	
1 3	
2 0	4 4

## Նշում

Առաջին օրինակը համապատասխանում է խնդրի դրվածքի օրինակին: Արվելիք հայտարարություններ էլ չկան, այսպիսով, մենք պարզապես պետք է տեսնենք, թե Քլերի հնարավոր որոշումներից քանիսն են տանում Ալիսի հաղթանակին, և դրանցից քանիսն են տանում Բորի հաղթանակին: Ալիսը կհաղթի, եթե Քլերն ընտրի նրա համար 1 քարն առաջին քայլում և 3 քարը նրա երկրորդ քայլում, և կպարտվի բոլոր մյուս դեպքերում:

Երկրորդ օրինակում եթե Ալիսն սկսի՝ «1 1» հայտարարելով, Բորը կշարունակի «2 2», և, ինչ էլ որ Ալիսը հայտարարի երրորդ քայլում, նա կպարտվի, քանզի Քլերը ստիպված կլինի ընտրել 1 քարն առաջին քայլի համար և 2 քարը երկրորդ քայլի համար, և ոչ մի քար չի մնա Ալիսին երրորդ քայլի համար: Այնուամենայնիվ, սա Ալիսի համար օպտիմալ առաջին քայլը չէ. փոխարենը, նա պիտի սկսի «1 2»

հայտարարելով: Հետո, ինչ էլ որ Բորն անի երկրորդ քայլի ժամանակ, և ինչ էլ որ Ալիսն անի երրորդ քայլի ժամանակ, նրանցից յուրաքանչյուրը կհաղթի 8-ից 4 դեպքերում: