

## מהלך כפול

שם השאלה	מהלך כפול
קובץ קלט	standard input
קובץ פלט	standard output
מגבלת זמן	5 שניות
מגבלת זכרון	256 megabytes

אליס ובוב משחקים במשחק, וקלייר עוזרת להם. ישנן  $n$  אבנים, הממוספרות מ-1 עד  $n$ . המשחק בנוי משלושה שלבים.

בשלב הראשון, אליס ובוב מבצעים מהלכים לסירוגין. אליס משחקת ראשונה. בכל מהלך, שחקן מכריז על כוונתו לקחת אבן, אבל במקום להגיד בדיוק איזו אחת, הוא נוקב בשתי אפשרויות. ייתכן ששתי האפשרויות יהיו זהות. אפשר גם לנקוב במספרי אבנים שכבר הועלו בתורות קודמים. אף אבן לא נלקחת בפועל בשלב הראשון — השחקנים רק מצהירים את כוונותיהם לשלב השני. השלב הראשון מסתיים כאשר נעשו  $n + 1$  הצהרות.

הנה דוגמה לשלב הראשון עבור  $n = 3$ :

1. אליס: "אני אקח את אבן 1 או את אבן 3"
2. בוב: "אני אקח את אבן 2 או את אבן 2"
3. אליס: "אני אקח את אבן 3 או את אבן 2"
4. בוב: "אני אקח את אבן 1 או את אבן 3"

בשלב השני, עבור כל אחת מ- $n + 1$  ההצהרות שנעשו, קלייר בוחרת אחת משתי האפשרויות על ידי אמירת המילה "ראשונה" או "שניה". נקרא לכל רצף של  $n + 1$  בחירות של קלייר *תרחיש*. שימי לב שיש בדיוק  $2^{n+1} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2$  תרחישים אפשריים. (אפילו אם, בחלק מההצהרות, האפשרות הראשונה והשניה זהות, אנו מחשיבים את בחירת האפשרות ה-"ראשונה" או ה-"שניה" כמובילות לתרחישים שונים.)

הנה אחד מ-16 התרחישים שקלייר יכולה לבחור בדוגמה לעיל:

1. "ראשונה": אליס תיקח את אבן 1
2. "ראשונה": בוב יקח את אבן 2
3. "שניה": אליס תיקח את אבן 2
4. "ראשונה": בוב יקח את אבן 1

לבסוף, בשלב השלישי, אליס ובוב מתחילים לקחת בפועל אבנים לפי ההחלטות של קלייר. השחקן הראשון שלא יכול לבצע את המהלך הדרוש — כי האבן המתאימה כבר נלקחה — מפסיד במשחק. שימי לב שמשום שיש  $n$  אבנים ו- $n + 1$  מהלכים, אחד מהשחקנים בטוח בסוף יפסיד במשחק.

בדוגמה לעיל, אליס מתחילה על ידי לקיחת האבן 1 בפועל. בוב ממשיך על ידי לקיחת האבן 2. אליס רוצה להמשיך על ידי לקיחת האבן 2, אבל היא כבר נלקחה, אז אליס מפסידה במשחק ולכן בוב מנצח. נתון לך המספר  $n$ , והמצב של המשחק בנקודת זמן כלשהי במהלך השלב הראשון: רצף של  $k$  הצהרות שכבר נעשו. הצהרות אלו יכולות להיות שרירותיות לחלוטין.

מנקודה זו ואילך, אליס ובוב ישחקו את המשחק באופן מיטבי, כמתואר בפסקה הבאה.

ללא קשר לדרך בה אליס ובוב ישחקו, קלייר נוטה לבחור כל אחד מ- $2^{n+1}$  התרחישים האפשריים באותה המידה. אליס ובוב יודעים זאת ולכן כשהם משחקים באופן מיטבי, שניהם מנסים לצמצם ככל הניתן את מספר התרחישים בהם הם מפסידים.

הניחי שאליס ובוב ישחקו את יתר המשחק כמתואר לעיל. עבור כל אחד משני השחקנים מצאי את מספר התרחישים בהם הוא ינצח במשחק.

## קלט

שורת הקלט הראשונה מכילה שני מספרים שלמים מרווחים  $n$  ו- $k$  ( $1 \leq n \leq 35$ ,  $0 \leq k \leq n + 1$ ): מספר האבנים ומספר ההצהרות שכבר נעשו.

שאר הקלט מורכב מ- $k$  שורות, כל אחת מתארת הצהרה אחת, בסדר בו הן נעשו. כל אחת משורות אלו מכילה שני מספרים שלמים מרווחים: מספרי שתי האבנים (שניהם בין 1 ל- $n$ , כולל, ולא בהכרח שונים זה מזה).

שימי לב שכאשר  $k < n + 1$  השחקן הבא שמצהיר הצהרה תלוי בזוגיות של  $k$ .

## פלט

הדפיסי כפלט שורה בודדת המכילה שני מספרים מרווחים: מספר התרחישים בהם אליס מנצחת ומספר התרחישים בהם בוב מנצח, בהנחה ששני השחקנים משחקים את יתר המשחק כמתואר בסטייטמנט.

שימי לב שסכום שני המספרים שאת מדפיסה חייב להיות שווה ל- $2^{n+1}$ .

## ניקוד

תת-משימה 1 (15 נקודות):  $n \leq 4$ .

תת-משימה 2 (34 נקודות):  $n \leq 10$ .

תת-משימה 3 (20 נקודות):  $n \leq 25$ .

תת-משימה 4 (10 נקודות):  $k = 0$ .

תת-משימה 5 (21 נקודות): ללא מגבלות נוספות.

# דוגמאות

standard input	standard output
3 4 1 3 2 2 3 2 1 3	4 12
2 0	4 4

## הסבר

הדוגמה הראשונה מתאימה לדוגמה מתיאור הבעיה. אין יותר הצהרות שצריכות להעשות, ואנחנו רק צריכות לראות כמה מההחלטות האפשריות של קלייר יביאו לניצחון של אליס, וכמה מהן יביאו לניצחון של בוב. אליס תנצח אם קלייר תבחר את אבן 1 למהלך הראשון שלה, ואת אבן 3 למהלך השני שלה, ותפסיד בכל שאר המקרים.

בדוגמה השנייה, אם אליס מתחילה על ידי הצהרת "1 1", בוב יצהיר "2 2", ולא משנה מה אליס תצהיר במהלך השלישי, היא תפסיד, כי קלייר תהיה חייבת לבחור את אבן 1 למהלך הראשון, ואת אבן 2 למהלך השני, ולא ישארו יותר אבנים לאליס במהלך השלישי. אבל, זה לא מהלך הראשון האופטימלי עבור אליס: במקום זאת, היא צריכה להתחיל על ידי ההצהרה "1 2". אז, לא משנה מה בוב יעשה במהלך השני ומה אליס תעשה במהלך השלישי, כל אחד מהם ינצח ב-4 מקרים מתוך 8.